

Влияние трендов в данных на качество оценок параметров DSGE-моделей

Вотинов А.И., Лазарян С.С.

При разработке DSGE-моделей, которые впоследствии будут использоваться для анализа проводимой фискальной или монетарной политики, важно учитывать все наблюдаемые в данных особенности. При несоответствии модели данным оценки параметров становятся неточными, а получаемые выводы ненадежными. Важной характеристикой данных, которой часто уделяют мало внимания, является наличие трендов. Обычно тренды либо удаляются с помощью различных фильтрационных техник, либо моделируются. В первом случае из данных удаляется большое количество информации, что приводит к значительному снижению точности оценивания параметров. Во втором случае чаще всего используется только тренд в производительности труда. Моделирование всего одного тренда означает, что, например, компоненты ВВП в реальном выражении в среднем должны расти с одним темпом роста, что на самом деле далеко не так. Эта проблема особенно остро стоит для развивающихся стран, в том числе для Российской Федерации.

В настоящей работе были проанализированы российский данные, в которых обнаружены существенно разные средние темпы роста компонент ВВП. Был предложен подход к моделированию сектор-специфичных нестационарных производительностей. Полученные оценки позволяют сделать вывод о том, что включение дополнительных трендов позволяет добиться более качественных с точки зрения разложения наблюдаемых рядов на трендовую и циклическую составляющие результатов. Также в рамках симуляционного анализа было обнаружено, что использование модели с дополнительными трендами приводит к значительному увеличению точности оценивания параметров. Таким образом, было показано, что при создании практико-ориентированных DSGE-моделей необходимо учитывать наличие трендов в данных.

Ключевые слова: DSGE; оценивание параметров; байесовский подход; тренды.

DOI: 10.17323/1813-8691-2020-24-3-372-390

Вотинов Антон Игоревич – младший научный сотрудник Центра макроэкономических исследований Научно-исследовательского финансового института; аспирант Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики». E-mail: avotinov@nifi.ru

Лазарян Самвел Сергеевич – руководитель Центра макроэкономических исследований Научно-исследовательского финансового института. E-mail: lazaryan@nifi.ru

Статья поступила: 14.05.2020 /Статья принята: 08.09.2020.

Для цитирования: Вотинов А.И., Лазарян С.С. Влияние трендов в данных на качество оценок параметров DSGE-моделей. *Экономический журнал ВШЭ*. 2020; 24(3): 372-390.

For citation: Votinov A.I., Lazaryan S.S. The Influence of Trends in the Data on the Accuracy of DSGE Model Estimates. *HSE Economic Journal*. 2020; 24(3): 372-390. (In Russ.)

Введение

Основная предпосылка, на которой основывается теория бизнес-циклов и которая лежит в основе любой DSGE-модели, заключается в существовании траектории сбалансированного роста (ТСР). Экономика может временно отклоняться от ТСР, что и обеспечивает существование бизнес-циклов. При этом важно, что переменные на ТСР могут быть нестационарными: они могут включать в себя как детерминированный, так и стохастический тренды.

Существует два классических подхода к учету трендов при создании DSGE-моделей. Первый предполагает использование фильтра Ходрика – Прескотта (или какого-то другого фильтра), который позволяет выделить из данных трендовую и циклическую компоненты, при этом сама модель оценивается только на последней. Второй подход подразумевает моделирование тренда как детерминированного или стохастического нестационарного процесса. Например, вводится нестационарная производительность труда, а все переменные модели переписываются относительно эффективных единиц труда.

У первого подхода существует ряд недостатков. Во-первых, часто используется неказуальный фильтр Ходрика – Прескотта, из-за чего будущие значения начинают влиять на прошлые. Во-вторых, использование стандартных фильтрационных техник не позволяет учесть тот факт, что переменные могут иметь общие тренды. В таком случае получаемые оценки параметров будут неточными.

Несмотря на то, что второй подход является теоретически более обоснованным, зачастую моделируется только один или два стохастических экзогенных тренда. Помимо традиционно используемого в литературе по DSGE-моделям тренда в производительности труда иногда моделируется специфичный технологический процесс в производстве инвестиционного товара. Тем не менее в данных могут наблюдаться гораздо больше различных трендов, что характерно как для развитых, так в особенности и для развивающихся экономик.

Цель исследования – показать на примере модели, оцененной на российских данных, что проблема трендов действительно требует отдельного внимания и что ее учет позволяет улучшить качество получаемых оценок параметров. Работа построена следующим образом. Сначала будут рассмотрены некоторые работы, посвященные учету трендов в данных при DSGE-моделировании. Далее будет представлен анализ макроэкономической статистики на предмет наличия в них трендов. Затем будет представлена простая DSGE-модель, описан подход к ее оцениванию и анализу. В итоге будут описаны основные результаты проведенного исследования.

1. Тренды в DSGE-моделях

Наиболее распространенный подход к моделированию тренда – это использование концепции о технологическом прогрессе. Предполагается, что производительность труда растет в соответствии с некоторым детерминированным или стохастическим трендом, который в той или иной мере транслируется во все экономические показатели. Такой подход был использован в работах [Smets, Wouters, 2003; 2005], которые впоследствии стали классическими в DSGE-моделировании.

Множество работ было посвящено введению в модель дополнительного тренда в относительных ценах на инвестиционный товар [Fischer, 2006; Justiniano et al., 2011]. Особый интерес представляет работа [Schmitt-Grohé, Uribe, 2011]. В статье авторы производят статистический анализ данных, на основе чего делают вывод о наличии двух коинтегрированных стохастических трендов в технологическом процессе и относительных ценах на инвестиции. Было показано, что учет дополнительных трендов улучшает качество работы модели.

Еще одна переменная, которая нередко моделируется как нестационарная, – это динамика труда. В работе [Chang et al., 2007] было предложено моделировать предпочтения к труду как перманентный нестационарный процесс, что, в конечном счете, сводится к решению модели в виде переменных, выраженных на душу населения. Согласно полученным результатам, в определенных случаях введение такого дополнительного нестационарного процесса позволяет улучшить качество подгонки данных.

Среди работ, в которых подробному анализу используемых данных уделено особое внимание, стоит отметить работу сотрудников Чешского национального банка [Andrle et al., 2009]. Разработанная ими модель исходит из того факта, что долгосрочные темпы изменения номинальных и реальных макроэкономических переменных значительно отличаются друг от друга. Такие систематические отличия не могут быть объяснены существованием только тренда в производительности труда или относительных ценах инвестиционного товара. Наличие дополнительных трендов моделировалось авторами как сектор-специфичные производительности. Например, технологии создания инвестиционного и экспортного товаров могут иметь различную динамику, что и объясняет существование различных трендов.

Необходимость учета трендов была численно показана в ряде работ. Так, в статье [Иващенко, 2019] на симуляционных данных было показано, что использование фильтра Ходрика – Прескотта и/или центрирования данных приводит к значительному ухудшению точности оценивания параметров моделей. Аналогичные результаты были получены в работе [Niño-Muriel, Rodríguez-Niño, 2017], в которой авторы применили предложенный в статье [Canova, 2014] подход к одновременной фильтрации данных и оценки параметров. Данный подход идет в противовес традиционному использованию фильтрационных техник вне модели.

2. Анализ наличия трендов в российских данных

При разработке модели общего равновесия обычно разделяются товары конечного потребления и промежуточные товары. В наиболее простом случае открытой экономики любой конечный товар складывается из двух: произведенного внутри экономики и им-

портного товара. При этом процесс создания конечного товара описывается с помощью CES-функции или с помощью ее частного случая – функции Кобба – Дугласа. Далее для простоты и без потери общности будет использована последняя.

Рассмотрим два случая. Если товар складывается только из одного промежуточного товара, то при использовании стандартных функций агрегирования эти товары должны иметь одинаковые тренды как в реальных объемах, так и в дефляторах. На рис. 1 представлена динамика индексов-дефляторов государственного потребления и ВВП¹, которые обычно собираются из внутреннего промежуточного товара. Очевидно, что индексы различаются в значительной степени.

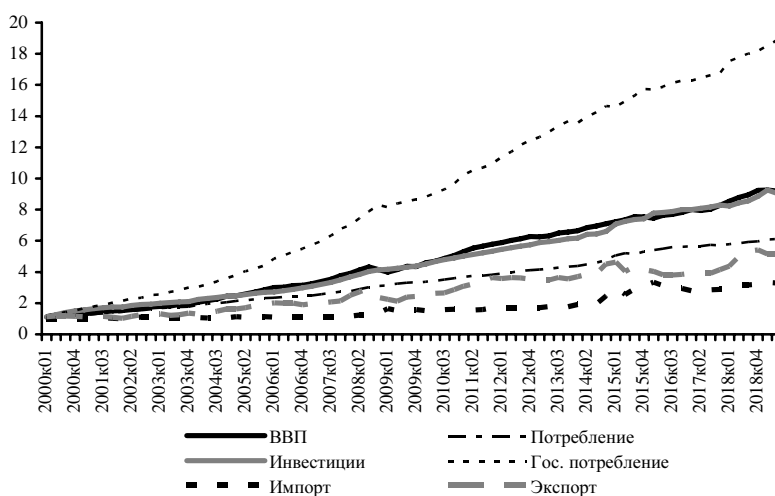


Рис. 1. Динамики индексов-дефляторов ВВП и некоторых его компонент (1999к4 = 1)

Источник: [Пильник и др., 2018].

Другой случай – когда товар агрегируется из двух. Например, инвестиционный товар складывается из внутреннего и импортного. Как было показано в работе [Пильник и др., 2018], в таком случае индекс-дефлятор инвестиционного товара обязан находиться между индексами-дефляторами тех товаров, из которых он сделан. Из рис. 1 видно, что индексы-дефляторы инвестиций и ВВП условно совпадают. Такая динамика с точки зрения модели может означать, что импорт не используется для создания инвестиций, что не подтверждается данными. При этом дефляторы товаров «потребление» и «экспорт» лежат между ВВП и импортным товаром, что удовлетворяет указанному выше условию.

В табл. 1 представлено описание логарифмических темпов изменения реальных величин и дефляторов ВВП и его компонент. Расчет произведен на данных работы [Пильник и др., 2018] за период с 2000к1 по 2019к2 на квартальной периодичности. Как

¹ Обычно предполагается, что конечный товар «государственное потребление» состоит только из товара, созданного внутри экономики. Данный факт для России подтверждается с использованием таблиц «затраты-выпуск».

видно из данных, темпы реального роста компонент сильно отличаются друг от друга, что на горизонте почти 20 лет приводит к сильной разнице в соответствующих индексах.

Таблица 1.
Средние значения логарифмических изменений реальных переменных и их дефляторов, с I квартала 2000 г. по II квартал 2019 г., %

	ВВП	Потребле- ние	Инвести- ции	Потребление государства	Экспорт	Импорт
Изменение реальных величин	0,84	1,31	1,14	0,24	1,02	2,05
Изменение дефлятора	2,84	2,32	2,82	3,77	2,10	1,53

Источник: [Пильник и др., 2018].

Наличие существенных различий в долгосрочных темпах изменения компонент ВВП позволяет сделать вывод о том, что в данных наблюдаются различные тренды. Таким образом, стандартный подход к моделированию производства конечных благ не всегда соответствует наблюдаемой динамике данных, а, значит, требует особого подхода к моделированию. Далее представлено описание DSGE-модели, в которой предполагается возможность существования отличных друг от друга долгосрочных темпов изменения переменных.

3. Описание модели

Любая переменная X_t может быть описана в рамках DSGE-модели в следующем виде:

$$(1) \quad X_t = \bar{X}_t x_t,$$

где \bar{X}_t – это тренд данной переменной, который может быть как детерминированным, так и стохастическим. Логарифмический темп прироста тренда определяется следующим образом:

$$(2) \quad \ln\left(\frac{\bar{X}_t}{\bar{X}_{t-1}}\right) = \mu_t^X,$$

где логарифмический темп прироста μ_t^X – это константа в случае детерминированного тренда, либо AR(1)-процесс в случае стохастического тренда, либо их комбинация.

Другая компонента разложения (1) x_t – это стационарная в статистическом смысле компонента, которая состоит из двух множителей:

$$(3) \quad x_t = x_{SS} \hat{x}_t.$$

Первый множитель – это значение данной переменной в стационарном состоянии модели². Второй множитель – это циклическая компонента, которая определяет отклонение переменной X_t от своего тренда. Вся информация о бизнес-циклах содержится именно в этой переменной.

Данная запись является максимально общей. Для переменных, у которых нет никакого тренда (например, ставки процента), полагаем $\bar{X}_t = 1$. Так как любой тренд может состоять как из детерминированных, так и из стохастических трендов, можно представить следующую запись:

$$(4) \quad \ln(\bar{X}_t) = \sum \mu_t^{Stoch} + t\mu^{Determ},$$

где первое слагаемое отвечает за динамику стохастического тренда, второе – детерминированного. Данная формула используется для определения темпов роста тренда в равновесии, что необходимо для приведения DSGE-модели к стационарному виду.

Без потери общности разрабатываемая DSGE-модель будет простой, насколько это возможно. Во-первых, так как моделирование экономик экспортеров нефти – это нетривиальная задача, требующая учета бюджетных правил и наличия рыночной силы ценообразования в случае России, то весь внешний сектор задается тривиально без учета этих особенностей. Во-вторых, ввиду упрощенного моделирования отдельных частей экономики, в том числе внешнего сектора, рынка труда, монетарной политики, модель будет оцениваться по ограниченному объему данных, а именно темпам изменения реального ВВП, инвестиций, потребления домашних хозяйств и государства, а также их дефляторов. Использование дополнительных данных без более детального моделирования приведет к неправильной спецификации.

Моделируемая экономика состоит из рикардианских домашних хозяйств, которые сдают в аренду капитал фирмам – производителям промежуточного товара, покупают государственные и зарубежные облигации. Производственный сектор моделируется как континуум фирм-монополистов, чью продукцию покупают производители конечного блага. Конечные товары «потребление домашних хозяйств» и «инвестиционный товар» создаются с помощью функции Кобба – Дугласа из внутреннего и импортных товаров, в то время как «потребление государства» и «экспортный товар» создаются только из внутренних. Государство собирает с домашних хозяйств чистый аккордный налог и покупает товар «потребление государства». Центральный банк проводит свою политику согласно правилу Тейлора. Взаимодействие с внешней экономикой происходит через товарный и долговой рынки. В экономике существует континуум фирм-монополистов, импортирующих продукцию из-за рубежа. В модели предполагаются номинальные жесткости ценообразования по Ротембергу, а также реальные жесткости «привычек к потреблению» и подстройки инвестиций.

Также предполагается, что часть шоков ξ_t^X следует авторегрессионному процессу следующего вида:

² В смысле «steady state» состояния модели.

$$(5) \quad \ln(\xi_t^X) = \rho^X \ln(\xi_{t-1}^X) + \varepsilon_t^X.$$

где ρ^X – это параметр персистентности шока; ε_t^X – i.i.d. случайная нормальная ошибка.

Потребитель. В экономике существует континуум рикардианских домашних хозяйств, индексируемых индексом $j \in [0, 1]$. Функция полезности домашнего хозяйства имеет следующий вид:

$$(6) \quad U(\dots) = \mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \xi_{t+s}^\beta \left[\ln(C_{t+s}(j) - \theta e^{\mu_t^C} C_{t+s-1}) - \xi_{t+s}^L \frac{(L_{t+s}(j))^{1+\phi^L}}{1+\phi^L} \right],$$

где ξ_t^β – шок межвременных предпочтений; ξ_t^L – шок отвращения к труду; $C_t(j)$ и $L_t(j)$ – уровень потребления и количество затраченного j -м домохозяйством времени на работу. Параметр θ отвечает за привычки к потреблению, причем домашнее хозяйство ориентируется на скорректированное в соответствии с ожидаемым ростом потребление предыдущего периода $e^{\mu_t^C} C_{t+s-1}$.

Домохозяйство расходует деньги на потребление $P_t^C C_t(j)$, покупку инвестиционного товара $P_t^I I_t(j)$, покупку внутренних $B_t(j)$ и выраженных в национальной валюте зарубежных облигаций $B_t^*(j)e_t$, а также аккордный налог $T_t(j)$. Доходы домашнего хозяйства состоят из заработной платы $L_t(j)W_t$, процента от использования капитала $K_{t-1}(j)R_t^K$, выплат по облигациям $B_{t-1}(j)R_{t-1}$, $B_{t-1}^*(j)R_{t-1}^* e_t$ и прибыли фирм $\Pi_t(j)$.

Уравнение накопления капитала выглядит следующим образом:

$$(7) \quad K_t(j) = (1 - \delta)K_{t-1}(j) + \xi_t^{MEI} \left(1 - \frac{\Psi_I}{2} \left(\frac{I_t(j)}{I_{t-1}(j)e^{\mu_t^I}} - 1 \right)^2 \right) I_t(j),$$

где ξ_t^{MEI} – шок эффективности использования инвестиций; δ – норма амортизации; Ψ_I – коэффициент «жесткости» подстройки уровня инвестиций. Множитель $e^{\mu_t^I}$ отвечает за то, что штрафуются отклонение текущего уровня инвестиций не от предыдущего, а от предыдущего с учетом ожидаемого роста.

Производитель внутреннего товара. В экономике существует континуум монополистов – производителей промежуточного товара, индексируемых индексом $i \in [0, 1]$. Каждый производитель арендует у домашних хозяйств капитал и нанимает сотрудников. Для производства используется функция Кобба – Дугласа

$$(8) \quad Y_t(i) = \xi_t^a (K_{t-1}(i))^\alpha (A_t L_t(i))^{1-\alpha},$$

где ξ_t^a – стационарный шок производительности; A_t – стохастический нестационарный процесс изменения производительности труда. Прибыль i -й фирмы в момент времени t принимает следующий вид:

$$(9) \quad \Pi_t^Y(i) = Y_t(i) [P_t(i) - MC_t(i)] - \frac{\Psi_P}{2} \left(\frac{P_t(i)}{P_{t-1}(i)} - e^{\pi_{ss}} \right)^2 Y_t P_t,$$

где параметр Ψ^P отвечает за степень номинальной жесткости отклонения уровня текущей инфляции от уровня инфляции в стационарном состоянии. Спрос на продукцию i -го производителя предъявляет агрегатор. Функция спроса выглядит следующим образом:

$$(10) \quad Y_t(i) = \left(\frac{P_t(i)}{P_t} \right)^{-\eta_t} Y_t,$$

где η_t – это процесс, отвечающий за mark-up шоки, который является авторегрессионным процессом в логарифмах с ненулевым математическим ожиданием η . Каждая фирма максимизирует дисконтированный с учетом межвременных предпочтений домашних хозяйств поток прибыли:

$$(11) \quad \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \xi_{t+s}^\beta \frac{\lambda_{t+s}}{\lambda_t} \Pi_{t+s}(i).$$

Импортёры. В экономике функционирует континуум импортёров-монополистов, индексированных индексом $k \in [0, 1]$, которые покупают импортный товар за рубежом по цене P_t^* и продают внутри экономики по цене $P_t^M(k)$. Прибыль импортёра выражается следующим образом:

$$(12) \quad \Pi_t^M(k) = Y_t^M(k) [P_t^M(k) - P_t^F] - \frac{\Psi_M}{2} \left(\frac{P_t^M(k)}{P_{t-1}^M(k)} - e^{\pi_{ss}^M} \right)^2 Y_t^M P_t^M.$$

где $P_t^F = P_t^* e_t$ – цена зарубежного товара, выраженная в национальной валюте. Задача импортёра аналогична задаче максимизации приведенного потока прибыли производителя внутреннего товара.

Производители конечного товара. В рамках текущего исследования допускается существование различных трендов у товаров «потребление домашних хозяйств», «инвестиционного товара» и «государственного потребления». Производство конечного товара происходит с использованием функции Кобба – Дугласа как частного случая более сложной CES-свертки. Общий вид используемой функции имеет следующий вид:

$$(13) \quad X_t = a_t^X (X_t^D)^{\alpha_X} (X_t^M)^{1-\alpha_X},$$

где X_t^D и X_t^M – количество внутреннего и импортного товара, который идет на создание конечного товара; α_X – параметр, который определяет номинальную долю внутреннего товара при создании конечного товара X_t (для государственного потребления и экспорта $\alpha_X = 1$). Множитель a_t^X – специфичный тренд производительности товара X_t , который позволяет воспроизвести наличие различных трендов в данных. Этот тренд может быть как детерминированным, так и стохастическим. В текущей работе будет использован именно детерминированный тренд.

Государство. Как было указано выше, государство собирает аккордный налог и покупает товар «государственное потребление». Также государство берет деньги в долг у домашних хозяйств за счет продажи облигаций. Баланс государства выглядит следующим образом:

$$(14) \quad B_t + T_t = P_t G_t + R_{t-1} B_{t-1}.$$

Для того чтобы в модели существовало равновесие, необходимо ввести механизм консолидации бюджета при отклонении долга от своего стационарного значения. Правило приобретения товара «государственное потребление» имеет следующий вид:

$$(15) \quad G_t = \left(G_{t-1} e^{\mu_t^G} \right)^{\rho_G} \left(\bar{G}_t e^{-\gamma_G (b_t - b_{ss})} \right)^{1 - \rho_G} e^{\varepsilon_t^G},$$

где параметр γ_G отвечает за скорость консолидации бюджета в случае отклонения от уровня долга к ВВП (b_t) от своего стационарного уровня. ε_t^G отвечает за дискреционные шоки фискальной политики.

Центральный банк. В данной модели Центральный банк регулирует ставку, по которой государство может продавать облигации у домашних хозяйств с помощью правила Тейлора:

$$(16) \quad \frac{R_t}{R_{ss}} = \left(\frac{R_{t-1}}{R_{ss}} \right)^{\rho^{CB}} \left(\left(\frac{\pi_t}{\pi_{ss}} \right)^{\gamma^\pi} \right)^{1 - \rho^{CB}} e^{\varepsilon_t^{CB}},$$

где γ_π отвечает за реакцию центрального банка на изменение уровня инфляции; ε_t^{CB} – шок монетарной политики соответственно.

Внешний сектор. Платежный баланс в модели имеет следующий вид:

$$(17) \quad B_t^* e_t - B_{t-1}^* R_{t-1}^* e_t = Ex_t P_t - Y_t^M P_t^M.$$

Спрос на экспортную продукцию со стороны внешнего сектора представлен следующей функцией:

$$(18) \quad Ex_t = \left(\frac{P_t}{P_t^* e_t} \right)^{-\eta^F} \xi_t^{Ex} Y_t^F,$$

где ξ_t^{Ex} – шок спроса со стороны зарубежной экономики, а Y_t^F – ВВП зарубежной экономики. Также для возможности существования стационарного равновесия в модели предполагается связь между ставкой по зарубежным облигациям и уровнем задолженности государства [Schmitt-Grohé, Uribe, 2003].

Балансы. Как было сказано ранее, внутренний промежуточный товар идет на производство потребления домашних хозяйств и государства, инвестиций и экспорта. Часть внутреннего товара расходуется из-за жесткости цен. Равновесие на рынке производства внутреннего товара выглядит следующим образом:

$$(19) \quad Y_t \left[1 - \frac{\Psi^P}{2} \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} - e^{\pi_{ss}} \right)^2 \right] = C_t^D + G_t + I_t^D + Ex_t.$$

Равновесие на рынке импортного товара выглядит, соответственно, следующим образом:

$$(20) \quad Y_t^M \left[1 - \frac{\Psi^M}{2} \left(\frac{P_t^M}{P_{t-1}^M} - e^{\pi_{ss}^M} \right)^2 \right] = C_t^M + I_t^M.$$

Определение траектории сбалансированного роста. Для того чтобы преобразовать переменные модели к стационарному виду, необходимо определить их темпы роста на траектории сбалансированного роста. Основная идея заключается в том, что для каждого уравнения темпы роста левой и правой части должны быть одинаковыми. Из производственной функции производителя внутреннего товара (8) получаем следующее равенство темпов изменения:

$$(21) \quad \mu^Y = \alpha \mu^K + (1 - \alpha) \mu^A,$$

где μ^A – темп изменения производительности труда; μ^K – темп изменения капитала, который согласно уравнению (7) равен темпу изменения инвестиций; μ^Y – темп изменения реального ВВП. Учитывая тот факт, что инвестиционный товар создается из внутреннего и импортного товаров (13), темпы роста которых допускаются равными, справедливо следующее равенство:

$$(22) \quad \mu^I = \mu_a^I + \mu^Y,$$

где μ_a^I – темп изменения специфичной технологии производства инвестиционного товара. Совмещая полученные равенства, получаем следующее:

$$(23) \quad \mu^Y = \mu^A + \frac{\alpha}{1 - \alpha} \mu_a^I.$$

Таким образом, на динамику реального ВВП влияет не только производительность труда, но также динамика в специфичной производительности инвестиционного товара. Вывод темпов изменения остальных переменных тривиален.

4. Оценка модели

Параметры модели оцениваются с использованием байесовского подхода на основе данных работы [Пильник и др., 2018]. Оцениваются две модели: в первой содержится только один нестационарный стохастический тренд в производительности труда, во вторую добавляются сектор-специфичные детерминированные технологические процессы. Для простоты под «моделью 1» будет подразумеваться первый случай, под «моделью 2» – второй.

Параметры моделей можно условно разделить на три группы. К первой группе относятся структурные, часть из которых калибруется на основе данных, часть калибруется на основе существующей практики. Так, номинальная доля государственного потребления в ВВП калибруется на уровне 18,2%, доля экспорта – 26,8%, доля импорта – 20,8%. Также на основе «таблиц ресурсов и использования товаров и услуг» были рассчитаны доли внутреннего товара в инвестициях и потреблении домашних хозяйств, которые соответственно равны 67,3 и 75%. Также на уровне 0,99 калибруется параметр межвременных предпочтений β , норма амортизации равна 0,025, а реакция ставки ЦБ на уровень инфляции в правиле Тейлора – 1,5 [Smets, Wouters, 2007]. Эластичности спроса на продукцию фирм-производителей внутреннего продукта и импортеров равны 6, а параметр жесткости цен фирм-импортеров калибруется на уровне 30 (на основе [Полбин, 2013]). Эластичность спроса на экспортную продукцию была оценена вне модели на уровне 0,13. Параметр консолидации бюджета γ_G калибруется на уровне 0,5.

Вторая группа параметров связана с шоками и ошибками измерения. Так, все параметры персистентности ρ^X имеют априорные нормальные распределения с математическим ожиданием 0,5 и стандартным отклонением 0,2 [Smets, Wouters, 2007]. Априорные распределения стандартных отклонений шоков имеют обратное гамма-распределение с математическим ожиданием 1% и таким же стандартным отклонением. Такие параметры распределения были выбраны исходя из работы [Smets, Wouters, 2007], но с учетом большей волатильности российских экономических показателей.

В третью группу входят все остальные оцениваемые параметры (табл. 2). Априорное среднее μ^X темпов изменения сектор-специфичного тренда a_t^X рассчитывается исходя из минимизации процентного отклонения соответствующей переменной X_t от расчетной, оцениваемой следующим образом:

$$(24) \quad \hat{X}_t = e^{\mu^X} (Y_t)^{\alpha_X} (Y_t^M)^{1-\alpha_X},$$

где Y_t – это наблюдаемый индекс реального объема ВВП; Y_t^M – наблюдаемый индекс реального объема импорта.

Априорное среднее темпа изменения производительности труда рассчитывается для случая отсутствия сектор-специфичных трендов как среднее логарифмическое изменение ВВП (в табл. 2 значение приведено в скобках). В случае наличия тренда a_t^I в модели среднее изменение рассчитывается исходя из уравнения (23). При этом априорные стандартные отклонения составляют 1%, что дает модели достаточно гибкости для оценки данных значений. Априорное среднее показателя α было рассчитано на основе статистики ВВП по доходам. Распределения для обратной эластичности предложения труда, параметров привычек к потреблению и жесткости подстройки инвестиций взяты из работы [Smets, Wouters, 2007], для параметра жесткости цен производителя на основе исследования [Полбин, 2013].

Таблица 2.

Описание априорных распределений параметров модели

Параметр	Обозначение	Prior		Источник
		среднее	стандартное отклонение	
Темп изменения производительности труда		0,0084 (0,0104)*	0,01	Расчеты автора
Темп изменения процесса a_t^C	μ^C	0,0014 (0)*	0,01	Расчеты автора
Темп изменения процесса a_t^I	μ^I	-0,0033 (0)*	0,01	Расчеты автора
Темп изменения процесса a_t^G	μ^G	-0,0108 (0)*	0,01	Расчеты автора
Темп изменения дефлятора ВВП	π_{SS}	0,0284	0,01	Расчеты автора
Эластичность выпуска по капиталу	α	0,469	0,1	Расчеты автора
Обратная эластичность предложения труда	ϕ^L	2	0,75	SW07
Привычки к потреблению	θ	0,7	0,1	SW07
Жесткость цен производителей внутреннего товара	ψ^P	30	1	П13
Жесткость подстройки инвестиций	ψ^I	6	1,5	SW07

Примечание: * – значения в скобках указаны для модели без сектор-специфичных трендов. SW07 – [Smets, Wouters, 2007]; П13 – [Полбин, 2013].

5. Обсуждение полученных результатов

Полученные в ходе оценивания значения параметров представлены в табл. 3. Отметим, что оценки средних темпов изменения нестационарных трендов достаточно близки к своим априорным средним, даже несмотря на относительно высокое значение стандартного отклонения. Качественная разница характерна для параметра μ^I , что вызвано несколькими разными модельными трактовками трендов: при расчете априорного среднего используются фактические данные по динамике ВВП и импорта, в то время как в модели предполагается существование единого тренда в данных переменных. Впоследствии при более детальном учете внешнеэкономической деятельности получаемая разница должна сократиться.

Таблица 3.
Результаты оценивания модели без сектор-специфичных трендов (модель 1) и с ними (модель 2)

Обозначение	Prior		Posterior mode	
	среднее	стандартное отклонение	модель 1	модель 2
μ^A	0,0084 (0,0104)	0,01	0,007	0,0096
μ^C	0,0014 (0)	0,01	-	0,0029
μ^I	-0,0033 (0)	0,01	-	0,0013
μ^G	-0,0108 (0)	0,01	-	-0,0077
π_{ss}	0,0284	0,01	0,0279	0,0285
α	0,469	0,1	0,4401	0,4021
ϕ^L	2	0,75	1,562	1,116
θ	0,7	0,1	0,505	0,4472
ψ^P	30	1	30,2	30,2
ψ^I	6	1,5	7,21	8,03

Источник: расчеты автора.

Важно оговориться, что работа оцененной модели не может быть напрямую сопоставлена с другими отечественными DSGE-моделями. В первую очередь это связано с тем, что при оценке настоящей модели использовался ограниченный набор статистических данных, а при создании модели не учитывались такие важные аспекты российской эко-

номики, как ее тесная связь с экспортом углеводородов и характер режима монетарной политики.

Согласно декомпозиции (1), любую макроэкономическую переменную можно представить как произведение трендовой и циклической компоненты данной переменной. На рис. 2 представлена динамика оценок циклических составляющих ВВП, потребления домохозяйств и государства, инвестиций. Пунктирной линией отражена динамика оценок для модели без дополнительных трендов, сплошной – с ними.

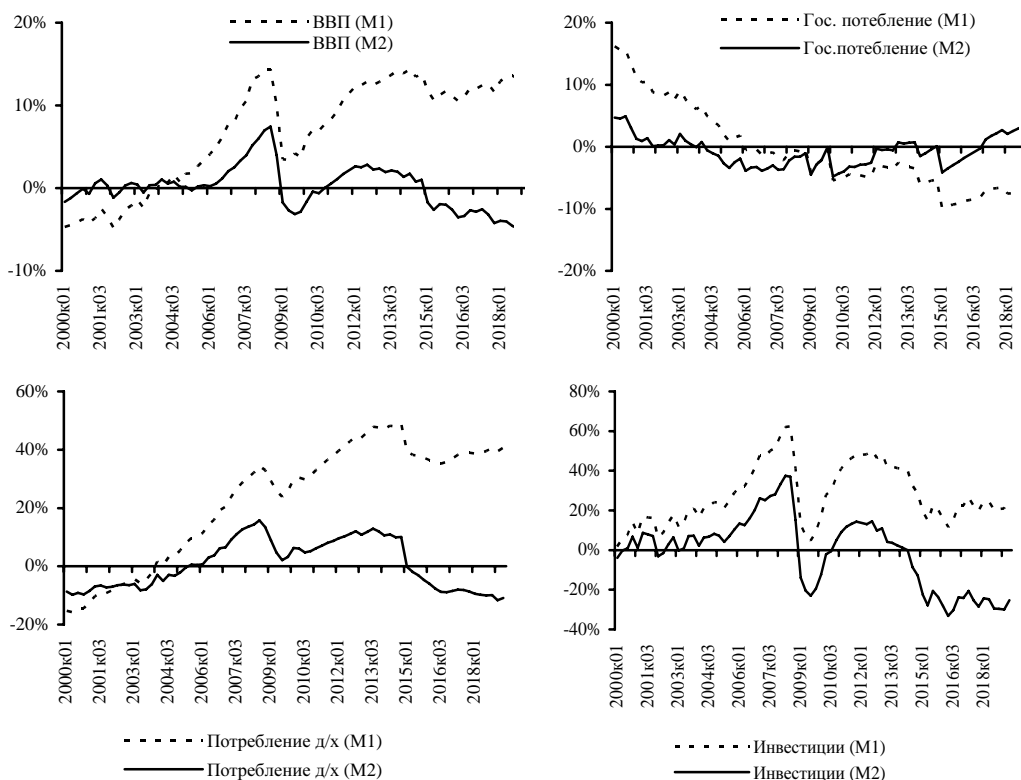


Рис. 2. Динамика циклической компоненты ВВП, государственного потребления и потребления домашних хозяйств, а также инвестиций, отклонения от стационарного состояния

Источник: расчеты автора.

Согласно полученным результатам, произведенные оценки циклической компоненты для модели 1 не являются таковыми в общепринятом смысле. Так, оценки цикла для ВВП и потребления домашних хозяйств всегда положительны начиная примерно с 2004 г. Для инвестиций данное значение оказывается положительным на протяжении всего рассматриваемого периода. При этом в динамике государственного потребления прослеживается нисходящий тренд. Добавление сектор-специфичных детерминированных нестационарных процессов в модель позволяет избавиться от трендов в циклических компо-

нентах. Все переменные, выделенные на рисунке сплошной линией, не имеют выраженных трендов, что соответствует той интерпретации, которая закладывается в модель на теоретическом уровне.

Помимо указанной выше проблемы с интерпретацией циклической компоненты наблюдаемых рядов возникают технические. Для того чтобы обеспечить возможность существования такого сильного отклонения от стационарного состояния, необходимо наличие значительных и персистентных шоков, что негативно сказывается на оценках структурных параметров.

Для анализа качества работы моделей был реализован следующий симуляционный эксперимент. Сначала с использованием двух оцененных моделей (на основе параметров из табл. 3) было сгенерировано два набора данных, в каждом из которых по 100 выборок длиной 100 наблюдений. Далее модели без сектор-специфичных трендов и с ними были оценены на каждой из выборок. Например, модель 1 была оценена на двухстах выборках, сто из которых были сгенерированы моделью без трендов, сто – моделью с трендами.

Для каждой модели и каждого типа выборок был получен набор оценок, который впоследствии сравнивался с истинными значениями из табл. 3. Были рассчитаны среднеквадратичные ошибки оценивания следующего вида:

$$(25) \quad RMSE_{m,d}(v) = \frac{\sum_{i=1}^{100} (\hat{v}_{m,d;i} - v_d)^2}{100},$$

где $\hat{v}_{m,d;i}$ – оценка некоторого параметра v , полученная в процессе использования модели типа m , которая оценивалась на i -й выборке, сгенерированной моделью типа d ; v_d – значение параметра v , которое было использовано для генерации выборки. Данное значение берется из табл. 3 и считается истинным. Таким образом, для каждого параметра v рассчитано четыре ошибки оценивания в зависимости от используемой модели и используемых данных.

В табл. 4 приведены среднеквадратичные ошибки для всех оцениваемых параметров, которые были для наглядности нормированы на максимальное значение. Чем меньше получившееся значение, тем лучше. Исходя из полученных результатов можно сделать два основных вывода. Во-первых, использование модели 2 на данных, которые тренды в действительности не содержат, не ухудшает результатов. Полученные ошибки оценивания с использованием истинной модели (столбец 1) и модели с трендами (столбец 2) в целом сопоставимы (26,4 и 24,1 в среднем в относительных величинах). В первую очередь это связано с тем, что модель 2 является более общей и преобразуется к модели 1 за счет зануления темпов изменения сектор-специфичных трендов.

Во-вторых, использование модели 1 на данных, которые содержат тренды, не позволяет получить сколько-то надежных оценок. По всем параметрам были получены наилучшие результаты. Помимо очевидных параметров, отвечающих за динамику стационарного состояния (μ^x и π_{SS}), наиболее сильные последствия от неправильной спецификации модели наблюдаются в точности оценивания эластичности выпуска по капита-

лу α . При оценивании модели без учета трендов на данных с их явным наличием среднеквадратичная ошибка оценки данного параметра более чем в 50 раз выше, чем в других случаях. Учитывая, что параметр α оказывает существенное влияние как на структуру, так и на динамику, такая неточность является критичной.

Таблица 4.
Относительные среднеквадратичные ошибки оценивания параметров моделей для различных типов данных

Обозначение	Данные, сгенерированные моделью без трендов		Данные, сгенерированные моделью с трендами	
	модель 1	модель 2	модель 1	модель 2
μ^A	5,15	9,03	100	7,57
μ^C	0	1,18	-	1,01
μ^I	0	9,78	-	8,24
μ^G	0	0,00	-	0,00
π_{ss}	16,31	15,36	100	6,14
α	1,50	1,75	100	1,67
ϕ^L	44,00	42,48	100	56,48
θ	18,20	15,98	100	18,11
ψ^P	92,92	74,39	100	43,49
ψ^I	85,89	70,74	100	62,79
Средние значения	26,40	24,07	100	20,55

Источник: расчеты автора.

Проводя аналогию с эконометрическим анализом, в котором неправильная спецификация модели приводит к несостоятельности статистических оценок параметров, неверное использование статистических данных при построении DSGE-модели также приводит к сильному искажению результатов.

Заключение

При разработке и оценивании практико-ориентированных DSGE-моделей необходимо уделять особое внимание используемым данным, в частности – наличию в них трендов. Если они не учитываются, то, с одной стороны, это приводит к нарушению ос-

новополагающей в DSGE-моделировании декомпозиции на тренд и бизнес-цикл. С другой стороны, значительно падает качество получаемых оценок параметров, что снижает правдоподобность получаемых с помощью такой модели рекомендаций.

В работе был описан относительно несложный механизм включения таких трендов в модель, который согласно симуляционному анализу позволяет снизить среднеквадратичные ошибки оценки параметров модели, а также получить качественно интерпретируемые оценки динамики переменных.

Важный вклад в развитие данного направления внесут следующие исследования. Во-первых, важна оценка негативных последствий использования неправильно специфицированных DSGE-моделей, которые могут быть получены за счет сравнения выводов об оптимальной политике в результате симуляционного анализа. Во-вторых, представляется важным дальнейшее изучение и моделирование существующих трендов. Для российской экономики особенно критичен учет динамики цен на углеводороды.

Наконец, все вышеуказанные выводы касаются в первую очередь именно практических моделей. При разработке теоретических моделей дополнительный учет трендов может быть излишним, так как такие модели зачастую калибруются, а получаемые выводы не используются непосредственно при принятии решений.

* *

*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Иващенко С.М. Модели ДСОЭР: проблема трендов // Научно-исследовательский финансовый институт. Финансовый журнал. 2019. № 2. С. 81–95. DOI: 10.31107/2075-1990-2019-2-81-95

Пильник Н.П., Радионов С.А., Станкевич И.П. Обобщенная многопродуктовая декомпозиция элементов использования ВВП России // Экономический журнал ВШЭ. 2018. Т. 22. № 2. С. 251–274.

Полбин А.В. Построение динамической стохастической модели общего равновесия для экономики с высокой зависимостью от экспорта нефти // Экономический журнал ВШЭ. 2013. Т. 17. № 2. С. 347–387.

Andrle M., Hledik T., Kamenik O., Vlcek J. Implementing the New Structural Model of the Czech National Bank: CNB Working Paper. 2009. № 2.

Canova F. Bridging DSGE Models and the Raw Data // Journal of Monetary Economics. 2014. Vol. 67. P. 1–15.

Chang Y., Doh T., Schorfheide F. Non-stationary Hours in a DSGE Model // Journal of Money, Credit and Banking. 2007. Vol. 39. № 6. P. 1357–1373.

Fisher J.D.M. The Dynamic Effects of Neutral and Investment-Specific Technology Shocks // Journal of Political Economy. 2006. Vol. 114. № 3. P. 413–451.

Justiniano A., Primiceri G. E., Tambalotti A. Investment Shocks and the Relative Price of Investment // Review of Economic Dynamics. 2011. Vol. 14. № 1. P. 102–121.

Niño-Murriel J.D., Rodríguez-Niño N. Evaluation of Alternatives for Modeling Non-stationarity in DSGE Models. 2017.

Schmitt-Grohé S., Uribe M. Closing Small Open Economy Models // Journal of International Economics. 2003. Vol. 61. № 1. P. 163–185.

Schmitt-Grohé S., Uribe M. Business Cycles with a Common Trend in Neutral and Investment-Specific Productivity // Review of Economic Dynamics. 2011. Vol. 14. № 1. P. 122–135.

Smets F., Wouters R. An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area // Journal of the European Economic Association. 2003. Vol. 1. № 5. P. 1123–1175.

Smets F., Wouters R. Comparing Shocks and Frictions in US and Euro Area Business Cycles: a Bayesian DSGE Approach // Journal of Applied Econometrics. 2005. Vol. 20. № 2. P. 161–183.

Smets F., Wouters R. Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach // The American Economic Review. 2007. Vol. 97. № 3. P. 586–606.

The Influence of Trends in the Data on the Accuracy of DSGE Model Estimates

Anton Votinov¹, Samvel Lazaryan²

¹ National Research University Higher School of Economics,
20, Myasnitskaya str., Moscow, 101000, Russian Federation.
E-mail: avotinov@nifi.ru

² Financial Research Institute of the Ministry of Finance of the Russian Federation,
3, p. 2, Nastasyinsky Lane, Moscow, 127006, Russian Federation.
E-mail: lazaryan@nifi.ru

When developing DSGE models, which will be used to analyze the fiscal or monetary policy, it is important to take into account all the features observed in these data. If the model does not match the data, the estimates become inaccurate, and the conclusions drawn become unreliable. An important characteristic of data that is often given little attention is the presence of trends. Typically, trends are either removed using various filters or modeled. In the first case, a large amount of information is removed from the data, which leads to a significant decrease in the accuracy of parameters' estimation. In the second case, only the trend in the labor productivity is most often used. Modeling only one trend means that, for example, the components of GDP in real terms should grow at a single growth rate on average, which is actually far from the case. This problem is especially relevant for developing countries, including the Russian Federation.

In this work, Russian data is analyzed in which significantly different average growth rates of GDP components are found. An approach is proposed to simulate sector-specific non-stationary productivity. The obtained estimates allow to conclude that the inclusion of additional trends helps to achieve better performance in sense trend-cycle decomposition of the data observed. Also, the simulation analysis shows that using the model without additional trends leads to a significant decrease in the parameter estimation accuracy. Thus, it is crucial to take into account the presence of trends in the data while creating practice-oriented DSGE models.

Key words: DSGE; parameters estimation; Bayesian approach; trends.

JEL Classification: C65, C68.

* *
*

References

- Andrle M., Hledik T., Kamenik O., Vlcek J. (2009) *Implementing the New Structural Model of the Czech National Bank*. CNB Working Paper, no 2.
- Canova F. (2014) Bridging DSGE Models and the Raw Data. *Journal of Monetary Economics*, 67, pp. 1–15.
- Chang Y., Doh T., Schorfheide F. (2007) Non-stationary Hours in a DSGE Model. *Journal of Money, Credit and Banking*, 39, 6, pp. 1357–1373.
- Fisher J.D.M. (2006) The Dynamic Effects of Neutral and Investment-Specific Technology Shocks. *Journal of Political Economy*, 114, 3, pp. 41–451.
- Ivashchenko S.M. (2019) Modeli DSOER: problema trendov [DSGE Models: Problem of Trends]. *Financijal Journal*, 2, pp. 81–95 (In Russ.). DOI: 10.31107/2075-1990-2019-2-81-95
- Justiniano A., Primiceri G. E., Tambalotti A. (2011) Investment Shocks and the Relative Price of Investment. *Review of Economic Dynamics*, 14, 1, pp. 102–121.
- Niño-Murriel J.D., Rodríguez-Niño N. (2017) *Evaluation of Alternatives for Modeling Non-stationarity in DSGE Models*.
- Pilnik N., Radionov S., Stankevich I. (2018) Obobshchennaya mnogoproductovaya dekompoziciya elementov ispol'zovaniya VVP Rossii [Generalized Multi-product Decomposition of Elements of the Use of Russia's GDP]. *HSE Economic Journal*, 22, 2, pp. 251–274.
- Polbin A. (2013) Postroenie dinamicheskoy stohasticheskoy modeli obshchego ravnovesiya dlya ekonomiki s vysokoj zavisimost'yu ot eksporta nefi [Development of a Dynamic Stochastic General Equilibrium Model for an Economy with High Dependence on Oil Export]. *HSE Economic Journal*, 17, 2, pp. 347–387.
- Schmitt-Grohé S., Uribe M. (2003) Closing Small Open Economy Models. *Journal of International Economics*, 61, 1, pp. 163–185.
- Schmitt-Grohé S., Uribe M. (2011) Business Cycles with a Common Trend in Neutral and Investment-Specific Productivity. *Review of Economic Dynamics*, 14, 1, pp. 122–135.
- Smets F., Wouters R. (2003) An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area. *Journal of the European Economic Association*, 1, 5, pp. 1123–1175.
- Smets F., Wouters R. (2005) Comparing Shocks and Frictions in US and Euro Area Business Cycles: a Bayesian DSGE Approach. *Journal of Applied Econometrics*, 20, 2, pp. 161–183.
- Smets F., Wouters R. (2007) Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach. *The American Economic Review*, 97, 3, pp. 586–606.